

Séria č.1

Logika, výrokový počet, dôkazy, množiny a operácie s nimi.

- V ktorých z nasledujúcich riadkov je zapísaný výrok?
 - Slnko svieti.
 - Pôrodnosť v populácii vyjadrená počtom pôrodov na tisíc obyvateľov za jeden rok.
 - Každá algebraická rovnica má riešenie,
 - Pozor na medvede!
 - Ako sa máš?
 - Chod' spať!
 - Základy diferenciálneho počtu sú vysvetlené v 5. kapitole.
 - Počkám na teba.
 - Idea riešenia diferenciálnej rovnice konštrukciou dostatočného počtu integrálov.
 - Všetky čísla sú racionálne.
 - Susedia chcú spať; v tomto dome musí byť úplné ticho.
 - Ak chceme vedieť, koľko je hodín.
- Udajte päť príkladov propozícií.
- Napíšte negácie nasledujúcich výrokov:
 - 5 je nepárne číslo.
 - 8 je nepárne číslo.
 - Trojuholníky nie sú štvorce.
 - Počestní politici neprijímajú úplatky.
 - Na gúľajúci sa kameň sa bahno nenachytá.
- Napíšte negácie nasledujúcich výrokov:
 - Bill je pekný a lenivý.
 - Toto auto je značky Ford a je čierne.
 - Joe je buď pomalý alebo lenivý.
 - Don zoberie Judy alebo Ruth (alebo obe) do tanca.
 - Sue nie je ani múdra ani usilovná.
- Rozhodnite, ktoré z nasledujúcich propozícií sú pravdivé a ktoré sú nepravdivé.
 - Ak $x = 1$, tak $x + 3 = 4$. ;
 - Ak $x \neq 5$, tak $x + 2 \neq 9$.
 - Ak $x \neq 5$, tak $x + 2 \neq 7$.
 - Ak $x + 5 = 9$, tak $x = 4$ alebo $x = -3$.
 - Ak $x^2 = 16$, tak $x = 4$.
 - Ak $x^2 = 16$, tak $x = -4$.
 - Ak $x = -4$, tak $x^2 = 16$.
 - Ak $(x - 3)(x - 4) = 0$, tak $x = 3$.
 - Ak $x = 3$, tak $(x - 3)(x - 4) = 0$.
 - Ak $x = 16$, tak $x = 4$ alebo $x = -4$.
- Udajte päť príkladov pravdivých implikácií typu "Ak P, tak Q", pre ktoré neplatí "Ak Q, tak P".
- Napíšte negácie výrokov z cvičenia 1.
- V nasledujúcej množine výrokov nájdite dvojicu, prípadne dvojice navzájom ekvivalentných výrokov.
 - Ak pes počuje zvonec alebo vidí svetlo, sliní.
 - Ak pes počuje zvonec, sliní.
 - Pes sliní vtedy a len vtedy, keď počuje zvonec.

- (iv) Nie je pravda, že keď pes vidí svetlo, sliní.
 - (v) Pes sliní len keď vidí svetlo.
 - (vi) Ak pes nesliní, nepočuje zvonec.
 - (vii) Ak pes nepočuje zvonec, nesliní.
 - (viii) Pes sliní, alebo nepočuje zvonec ani nevidí svetlo.
 - (ix) Ak pes vidí svetlo a nepočuje zvonec, sliní.
9. Hádanka: Visí to na stene, má na sebe dvanásť čísel, chodia tomu dve ručičky, robí to tik-tak a keď rozpráva, hovorí po francúzsky, čo je to? Odpoveď je, že sú to hodiny. Je odpoveď správna?
10. Zažili ste už situáciu, že študent povedal priateľovi: "Ak sa to všetko naučíš do zajtra, zjem si ucho"? Mal pravdu, keď to povedal? Mal pravdu, ak sa to nebolo možné do druhého dňa naučiť?
11. Napíšte negácie nasledujúcich výrokov:
- (i) Niektoré ženy majú ryšavé vlasy.
 - (ii) Všetky banány sú žlté.
 - (iii) Niektorí profesori sú plešatí.
 - (iv) Každý študent sa usilovne učí.
12. Napíšte negácie nasledujúcich výrokov:
- (i) V každom ročníku tejto univerzity je študent, ktorý nie je usilovný.
 - (ii) V našej knižnici je kniha, ktorá má na každej strane tlačovú chybu.
 - (iii) Všetky školy v našom okrese majú niektorých nekvalifikovaných učiteľov.
 - (iv) V niektorých rodinách všetci členovia rodiny sú vodiči.
 - (v) Každému sa niekedy niečo nepáči.
13. Napíšte negácie nasledujúcich výrokov:
- (i) Všetky školy v našom okrese majú niektoré triedy, v ktorých sú všetci študenti usilovní.
 - (ii) Existuje knižnica, v ktorej všetky knihy majú na niektorej strane tlačovú chybu.
 - (iii) V každom okrese je továreň, v ktorej všetci robotníci dostávajú príliš vysokú mzdu.
 - (iv) Sú nemocnice, v ktorých každá sestrička ešte niektorých pacientov nevidela.
14. Napíšte negácie nasledujúcich výrokov:
- (i) Existuje galaxia, v ktorej každá slnečná sústava má planétu, ktorej všetky satelity sú väčšie ako náš Mesiac.
 - (ii) V každej krajine je okres, v ktorom na každej škole sú nejakí nekvalifikovaní učitelia.
 - (iii) V niektorých knižniciach sú v každom oddelení nejaké knihy, ktoré majú na každej strane tlačovú chybu.
15. Ak $A \subseteq B$, čo je $A \cap B$ a čo je $A \cup B$?
16. Ak $A \cap B = A$ a $A \cup B = B$, čo viete povedať o množinách A a B ?
17. Ak A a B sú také množiny, že $A \cap B = \emptyset$ a $A \subseteq B$, viete presne povedať, čo je A ?
18. Pán Scott, jeho sestra, jeho syn a jeho dcéra sú hráčmi tenisu. Platia o nich tieto výroky:
- (i) Dvojča najlepšieho hráča a najhorší hráč sú opačného pohlavia.
 - (ii) Najlepší hráč a najhorší hráč majú rovnaký vek.
- Ktorý z tých štyroch je najlepším hráčom?
19. Jedného večera sa stala vražda v dome, kde býval manželský pár a ich syn a dcéra. Jeden člen rodiny zavraždil iného člena, tretí člen bol svedkom zločinu a štvrtý bol pomocníkom pri zahľadzaní stôp po čine. Zistili sa tieto fakty:
- (i) Pomocník a svedok boli opačného pohlavia.
 - (ii) Najstarší člen rodiny a svedok boli opačného pohlavia.
 - (iii) Najmladší člen rodiny a obeť boli opačného pohlavia.
 - (iv) Pomocník bol starší ako obeť.
 - (v) Najstarším členom rodiny bol otec.

(vi) Vrah nebol najmladším členom rodiny.

Kto z tých štyroch bol vrah ?

20. Ideálny muž podľa Mary je vysoký, čiernovlasý a pekný. Pozná štyroch mužov, volajú sa Alex, Bill, Carl a Dave. Len jeden z nich má všetky vlastnosti, ktoré Mary požaduje.

Okrem toho

- (i) len traja muži sú vysokí, len dvaja tmavovlasí a len jeden je pekný;
- (ii) každý z tých štyroch mužov má aspoň jednu z požadovaných vlastností;
- (iii) Alex a Bill majú rovnakú farbu vlasov;
- (iv) Bill a Carl sú rovnako vysokí;
- (v) Carl a Dave majú rôznu výšku.

Ktorý z tých štyroch mužov spĺňa všetky požiadavky, ktoré Mary kladie?