

Séria č.7

Niektoré postupy na riešenie úloh, doplnenie na štvorec, kvadratický odhad, funkcie.

- 1) Nech $a > 0$, $b > 0$, $c > 0$. Nájdite maximálne číslo m , ktoré spĺňa $a - \frac{b}{x} + \frac{c}{x^2} \geq m$ pre všetky $x > 0$.
- 2) Nájdite najväčšie číslo v také, že nerovnosť $\frac{x}{x^2 + x + 4} \leq v$ platí pre každé číslo x .
- 3) Nech $a > 1/2$. Nájdite najmenšie také číslo v , že $\frac{x}{x^2 + x + a^2} \leq v$ pre každé číslo x .
- 4) Nech $a > 1/2$. Nájdite najmenšie také číslo u , že $u \leq \frac{x}{x^2 + x + a^2}$ pre každé číslo x .
- 5) Nech $a > 0$. Nájdite najväčšie číslo u a najmenšie číslo v spĺňajúce nerovnosti $u \leq \frac{x}{x^2 + a^2} \leq v$ pre každé číslo x .
- 6) Nájdite najväčšie spomedzi všetkých čísel u takých, že $u \leq \frac{4}{x} + 9x$ platí pre každé $x > 0$.
- 7) Nájdite najmenšie zo všetkých čísel v , ktoré vyhovujú nerovnosti $\frac{4}{x} \leq 9x + v$ pre všetky $x < 0$.
- 8) Nech $a > 0$, $b > 0$. Nájdite najväčšie zo všetkých čísel u s vlastnosťou $u \leq \frac{a^2}{x} + b^2x$ pre všetky $x > 0$.
- 9) Nech $a > 0$, $b > 0$. Nájdite najmenšie zo všetkých takých čísel v , že platí $\frac{a^2}{x} + b^2x \leq v$ pre každé $x > 0$.
- 10) Kamión spotrebuje pri rýchlosti x kilometrov za hodinu $\frac{46}{x} + \frac{x}{56}$ litrov nafty na kilometer. Pri akej ustálenej rýchlosti je celková spotreba nafty na danej trase minimálna a koľko litrov nafty sa pri nej spotrebuje na 1 kilometer?
- 11) Stavebná firma má pevné výdavky 40000 dolárov ročne. Ďalšie náklady o sú 19500 dolárov na každý postavený dom plus $100x^2$ dolárov, kde x je počet domov postavených za rok. (Tieto náklady sú spôsobené väčším opotrebením strojov, prácou nadčas a podobne.) Koľko domov by mala ročne postaviť, aby minimalizovala priemerné náklady na jeden

dom?

12) Nech $a > 0$, $b > 0$ a nech ľubovoľné číslo. Nájdite najväčšie spomedzi tých čísel u , ktoré

$$\text{splňajú } u \leq \frac{a^2}{x+c} + b^2x, \text{ pre všetky } x > -c.$$

13) Cena paliva, ktoré spotrebuje riečna loď plávajúca rýchlosťou $x \text{ km.h}^{-1}$ v stojatej vode je $\frac{x^2}{82}$ dolárov. Iné prevádzkové náklady sú spolu 180 dolárov na hodinu. Aká je

najekonomickejšia rýchlosť lode proti prúdu, ktorý tečie rýchlosťou 6 km.h^{-1} a aké sú pri tejto rýchlosti celkové náklady na hodinu plavby?

14) Nájdite najmenšie zo všetkých takých čísel v , že $\frac{x}{x^2 - 5x + 9} \leq v$, pre každé číslo x .

15) Nájdite najväčšie z čísel u takých, že $u \leq \frac{x}{x^2 - 5x + 9}$ pre všetky čísla x .

16) Nech $a > 0$, $-2a < p < 2a$. Nájdite najmenšie zo všetkých čísel v takých, že pre každé x

$$\text{platí } \frac{x}{x^2 + px + a^2} \leq v.$$

17) Nech $a > 0$, $-2a < p < 2a$. Nájdite najväčšie zo všetkých čísel u takých, že pre každé x

$$\text{platí } u \leq \frac{x}{x^2 + px + a^2}.$$

18) Nájdite najväčšie také u a najmenšie také v , že $u \leq \frac{x}{x^2 - 5x + 9} \leq v$, pre všetky x .

19) Nech $a > 0$, $-2a < p < 2a$. Nájdite najväčšie zo všetkých čísel u a najmenšie zo všetkých

$$\text{čísel } v \text{ pre ktoré platí } u \leq \frac{x}{x^2 + px + a^2} \leq v, \text{ pre každé číslo } x.$$

Funkcia.

1) Vyjadrite množinu všetkých čísel x vyhovujúcich podmienke $2x + 1 \leq x + 1$ ako interval alebo zjednotenie intervalov. Načrtnite reálnu priamku a na nej tú množinu.