

Cvičenia

1. Vypočítajte

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1};$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1};$$

$$c) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^7 - 2x^5 + 1}{x^2 - 3x + 2};$$

- d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)(1+2x)(1+3x)-1}{x};$
- e) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{x};$
- f) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x+x^2}-1}{x};$
- g) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{\sqrt{4+x}-\sqrt{4-x}};$
- h) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x+x^2}-1}{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}};$
- i) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1+x^2}}{\sqrt{1-x^2}-\sqrt{1-x}};$
- j) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2+x}-\sqrt{3x-2}}{\sqrt{4x+1}-\sqrt{5x-1}};$
- k) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1}-\sqrt{2x-2}}{x-\sqrt{2x+3}};$
- l) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x+1}-1}{x};$
- m) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{5x+3}-\sqrt[3]{9-x}}{x-1};$
- n) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{3x+3}-\sqrt{5x-1}}{2x-1-\sqrt[3]{14x-1}};$
- o) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{\sqrt{4+3x^2}-4};$
- p) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^4+4}-2}{x^3};$
- q) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{7+\sqrt{x}}-3};$
- r) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{6+2x}-\sqrt{6+x^2}}{\sqrt{3+4x}-\sqrt{3-x^3}}.$

2. Vypočítajte

- a) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \left| \frac{x^2 + x - 2}{x - 1} \right|;$
 b) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \left| \frac{x^2 + x - 2}{x - 1} \right|;$
 c) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 + x - 2}{|x - 1|};$
 d) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 + x - 2}{|x - 1|};$
 e) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x + [x]}{2};$
 f) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x + [x]}{2};$
 g) $\lim_{x \rightarrow 5^+} (x - [x]);$
 h) $\lim_{x \rightarrow 5^-} (x - [x]);$
 i) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 + 2x - 3}{\sqrt{x^2 - 2x + 1}};$
 j) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 + 2x - 3}{\sqrt{x^2 - 2x + 1}};$
 k) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\sqrt{x-1} - 1}{\sqrt{x^3 - 4x^2 + 4x}};$
 l) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{\sqrt{x-1} - 1}{\sqrt{x^3 - 4x^2 + 4x}}.$

3. Ak je n prirodzené číslo, určte

- a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^n - (1+nx)}{x^2};$
 b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sum_{j=1}^n x^j}{x-1};$
 c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x^n} - \sqrt{1-x^n}}{x^n};$
 d) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^n - 1}{x - 1}.$

4. Pre reálne číslo a vypočítajte

- a) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{a}}{x - a};$
 b) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sqrt{1+x^2} - \sqrt{1+a^2}}{x - a};$
 c) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 - a^2}{x^3 - a^2};$
 d) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^4 - a^4}{x^3 - a^4};$
 e) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 - a^2}{x^3 - ax^2};$

$$f) \lim_{x \rightarrow a} \frac{\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{a}}{x^2 - a^2};$$

$$g) \lim_{x \rightarrow a} \left(\frac{\frac{1}{2}a}{x^2 - a^2} - \frac{1}{x - a} \right).$$

5. Ukážte, že neexistuje limita

$$a) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 3[x] + 1}{x + 3};$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{\sqrt{x^3 - 6x^2 + 9x}}.$$

6. Nech

$$f(x) = \frac{1}{x - 3} - \left[\frac{1}{x - 3} \right]$$

pre každé $x \neq 3$. Dokážte, že funkcia f nemá v bode 3 limitu. Funkcia f nemá v bode 3 ani limitu zľava, ani limitu sprava.