Cvičenia

1. *Vypočítajte*

   a) $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{x^2-1}{2x^2-x+2}$;

   b) $\lim\limits_{x\to\infty} (\sqrt{x+1}-\sqrt{x})$;

   c) $\lim\limits_{x\to\infty} \sqrt{x}(\sqrt{x+1}-\sqrt{x})$;

   d) $\lim\limits_{x\to-\infty} \sqrt{1-x}(\sqrt{2-x}-\sqrt{1-x})$;

   e) $\lim\limits_{x\to\infty} x^3(\sqrt{x^2+\sqrt{x^4+1}}-x\sqrt{2})$;

   f) $\lim\limits_{x\to-\infty} x(\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x^2-1})$.

2. *Dokážte, že neexistujú limity*

$$\lim_{x\to\infty}(x-[x]) \quad \text{a} \quad \lim_{x\to-\infty}(x-[x]).$$

3. *Nech* $a > 0$, b *a* c *sú čísla. Určte čísla* α *a* β, *tak, aby*

$$\lim_{x\to\infty} (\sqrt{ax^2 + 2bx + c} - \alpha x - \beta) = 0.$$

Potom ukážte, že

$$\lim_{x\to\infty} x(\sqrt{ax^2 + 2bx + c} - \alpha x - \beta) = \frac{ac - b^2}{2a\sqrt{a}}.$$

4. *Dokážte, že* $k = \lim\limits_{x\to a^+} f(x)$ *vtedy a len vtedy, keď* $k = \lim\limits_{x\to\infty} f(a+x^{-1})$. *Podobne,* $k = \lim\limits_{x\to a^-} f(x)$ *platí vtedy a len vtedy, keď* $k = \lim\limits_{x\to\infty} f(a + x^{-1})$.
5. *Dokážte, že vzťah* $k = \lim\limits_{x\to 0} f(x)$ *platí vtedy a len vtedy, keď je splnené* $k = \lim\limits_{x\to\infty} f(x^{-1}) = \lim\limits_{x\to-\infty} f(x^{-1})$.
6. *Dokážte, že vzťah* $k = \lim\limits_{x\to 0+} f(x)$ *platí vtedy a len vtedy, keď je splnené* $k = \lim\limits_{x\to-\infty} f(x^{-2}) = \lim\limits_{x\to\infty} f(x^2)$.